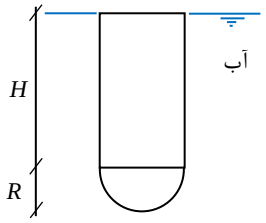
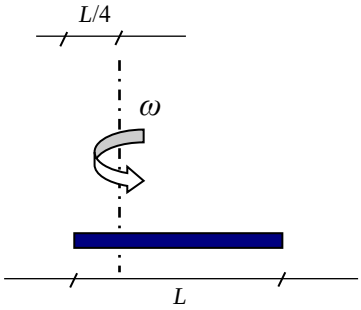
مکانیک سیالات امتحان میان ترم ۱ وقت: ۱ ساعت نیمسال دوم ۱۴۰۳-۱۴۰۲

نام و نام خانوادگی: شماره دانشجویی:

۱- در شکل روبرو اگر نیروی هیدرواستاتیک وارد بر صفحه مستطیلی و نیم دایره زیر آن برابر باشد، نسبت ارتفاع H به شعاع R ($\frac{H}{R}$) را بدست آورید. (۲ نمره)



۲- لوله استوانه ای شکلی نازکی به طول L از آب پر شده و سپس در هر دو انتها مسدود شده است. در صورتی که لوله در وضعیت افقی با سرعت زاویه ای ω حول محور قائمی که در فاصله $\frac{L}{4}$ از یک انتهای آن قرار دارد دوران کند، چه فشاری در انتهای دیگر لوله ایجاد خواهد شد؟ (۲ نمره)



موفق باشید

سلطانپور

روابط:

$$P=\gamma h \qquad \tau=\mu\frac{\partial V}{\partial y} \qquad \gamma_{H_2O}=9806(N/m^3)=62.4\,lb/ft^3 \qquad g=9.81(m/s^2)=32.18\,ft/s^2$$

نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح مسطح: $F_R=P_cA \qquad y'=y_c+\frac{I_{\xi\xi}}{Ay_c} \qquad x'=x_c+\frac{I_{\xi\eta}}{Ay_c}$

رابطه فشار در دوران مایعات: $P(r,z)=\frac{\gamma\omega^2r^2}{2g}-\gamma z+P_0$ معادله سطح آزاد: $z=h_1+\frac{\omega^2r^2}{2g}$

معادله سطح آزاد استوانه‌ای به شعاع r_0 و ارتفاع اولیه سیال h_0: $z=h_0-\frac{\omega^2{r_0}^2}{2g}[0.5-(\frac{r}{r_0})^2]$

مرکز سطح مستطیل: $(\frac{a}{2},\frac{b}{2})$ مرکز سطح نیم دایره: $\frac{4R}{3\pi}$

جواب:

۱- نیروی وارد بر صفحه مستطیلی:

$$F_R = P_c A = (\gamma \frac{H}{2})(2RH) = \gamma RH^2$$

نیروی وارد بر صفحه نیم دایره ای:

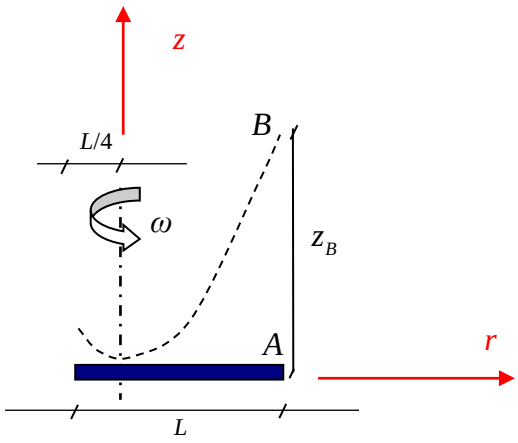
$$F_R = P_c A = [\gamma(H + \frac{4R}{3\pi})](\frac{\pi R^2}{2}) = \gamma(\frac{\pi R^2 H}{2} + \frac{2R^3}{3})$$

$$\gamma(\frac{\pi R^2 H}{2} + \frac{2R^3}{3}) = \gamma RH^2 \qquad 6H^2 - 3\pi RH - 4R^2 = 0$$

$$H = \frac{3\pi R \pm \sqrt{(3\pi R)^2 - 4(6)(-4R^2)}}{2(6)} = (\frac{\pi}{4} \pm \sqrt{\frac{\pi^2}{16} + \frac{2}{3}})R$$

$$\frac{H}{R} = \frac{\pi}{4} + \sqrt{\frac{\pi^2}{16} + \frac{2}{3}} = 1.92R$$ (جواب دوم منفی است و مفهوم فیزیکی ندارد)

۲- با توجه به منحنی تراز موهومی، ارتفاع مجازی آب بالای نقطه A در انتهای لوله (z_B) برابر است با:



$$z_B = h_1 + \frac{\omega^2}{2g} r^2 = 0 + \frac{\omega^2}{2g}(3L/4)^2 = \frac{9\omega^2 L^2}{32g}$$

از آنجایی که فشار در دوران حول یک محور متناسب با ارتفاع مایع تغییر می کند:

$$P_A = \gamma z_B = \frac{9\gamma\omega^2 L^2}{32g}$$

فشار نقطه A را با استفاده از معادله فشار داخل سیال هم می توان بدست آورد:

$$P(r,z) = \frac{\gamma\omega^2 r^2}{2g} - \gamma z + P_0$$

با توجه به اینکه نقطه (0,0) در سطح آزاد قرار دارد، فشار در مبدا برابر صفر است:

$$P(0,0) = P_0 = 0 \implies P(r,z) = \frac{\gamma\omega^2 r^2}{2g} - \gamma z$$

$$P_A = P(3L/4, 0) = \frac{\gamma\omega^2 (3L/4)^2}{2g} = \frac{9\gamma\omega^2 L^2}{32g}$$